සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10	S	II

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2025 ජනවාරි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2025

සංයුක්ත ගණිතය II

Combined Maths II

12 ශ්‍රේණිය

❖ B - කොටසින් ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B - කොටස

(09) a) A නම් යතුරුපැදි කරුවෙක් පොලිස් මාර්ග බාධකයක් දෙසට ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරමින් සිටියි. පොලිස් අණ නොතකා එය පොලිස් මුරපොල පසු කරමින් යන විට ම B නම් පොලිස් යතුරුපැදි කරුවෙකු නිශ්චලතාවයේ සිට f නියත ත්වරණයකින් A යතුරුපැදිකරු ලුහුබඳී. නමුත් B පොලිස් යතුරුපැදිය එහි උපරිම ප්‍රවේගය v ලබාගත් මොහොතේදී ම කාර්මික දෝෂයක් නිසා 2f මන්දනයක් යටතේ නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. ඉන්පසු නැවත t කාලයක දී දෝෂය සකස් කර නැවත f ත්වරණයකින් උපරිම ප්‍රවේගය ලබා, අනතුරුව චලිත වන විට A යතුරු පැදිය අල්ලා ගනී. (මෙහි $v > u$ වේ.) A යතුරුපැදිකරුවාගේ සහ B පොලිස් යතුරුපැදිකරුවාගේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක අඳින්න. එනයින්,

i) දෙවන වර යතුරුපැදි දෙකෙහි ප්‍රවේග සමාන වීමට ගතවන කාලය $\left(\frac{3v-u}{2f}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ii) එවිට යතුරුපැදි දෙක අතර පරතරය $\frac{6uv - u^2 - 3v^2}{4f}$ බව පෙන්වන්න.

iii) $v = \frac{3u}{2}$ නම් පරතරය u හා f ඇසුරින් අපෝහනය කරන්න.

iv) අවසානයේ දී පොලිස් යතුරුපැදි කරුවා A යතුරුපැදි කරුවා අල්ලන විට පොලිස් මුරපලේ සිට එතැනට දුර $\frac{249u^2}{16f}$ නම්, B යතුරුපැදිය උපරිම ප්‍රවේගය ලබාගත් පසු ගමන් කළ කාලය හා B නැවතී සිටි කාලය t , u හා f ඇසුරින් සොයන්න.

b) $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ යනු පිළිවෙලින් තිරස් හා සිරස් අක්ෂ ඔස්සේ ඒකක දෛශික ලෙස ගනිමු. ඩ්‍රෝන යානාවක් පොළවේ A ලක්ෂ්‍යයේ සිට 20 m දුරකින් h උස තාප්පයක් උඩින් ගමන් කරයි. එහි ආරම්භක ප්‍රවේගය $5(\underline{i} + \underline{j})\,ms^{-1}$ හා ත්වරණය $5(\underline{i} - \underline{j})\,ms^{-2}$ වේ. තිරස් හා සිරස් චලිත සඳහා පවේග කාල ප්‍රස්තාර අඳින්න. එනයින් තාප්පයේ උස $h = 10m$ බව පෙන්වන්න.

(10) O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට α කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කළ අංශුවක් තිරසට x දුරක් ගිය විට, සිරසට ගිය දුර y නම්, $y = x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2u^2}(\tan^2\alpha + 1)$ බව පෙන්වන්න.

තිරස් පොළව මත O ලක්ෂ්‍යයක සිට P අංශුවක් තිරසට θ ආනත ප්‍රක්ෂේපණ කෝණයෙන් v වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. මෙහි $\tan\theta = \frac{1}{3}$ වේ. අංශුව O සිට $3a$ තිරස් දුරින් පිහිටි $\frac{3}{4}a$ සිරස් උසින් වූ ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන් කරයි නම්, $v^2 = 20ga$ බව පෙන්වන්න. මෙහි g යනු ගුරුත්වජ ත්වරණය වේ. P අංශුව තිරස්ව චලිත වෙමින් පවතින මොහොතේ දී O හි සිට ම Q අංශුවක් ද ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. P අංශුව පොළොවේ වදින මොහොතේදී ම එම ස්ථානයේ දී ම Q අංශුව ද පොළොවේ වදී. Q අංශුවේ ප්‍රක්ෂේපණ වේගය $\sqrt{\frac{145ga}{2}}$ බව පෙන්වා, එහි ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය ද සොයන්න.

තවද P අංශුවේ උපරිම උස Q අංශුවේ උපරිම උස මෙන් 4 ගුණයක් වන බව ද පෙන්වන්න.

(11) a) OACB තුපීසියමේ $A\hat{O}B = \pi/2$ ද, OA හා BC පාද සමාන්තර වන අතර $BC = \lambda OA$ වේ. D යනු AC පාදය $AD : DC = 2 : 1$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය යැයිද ගනිමු. O අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ.

$\overrightarrow{OC}$ හා $\overrightarrow{BD}$ දෛශික, $\underline{a}, \underline{b}, \lambda$ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න. දැන් $\overrightarrow{OC}$ යන්න $\overrightarrow{BD}$ ට ලම්බ වේ යැයි ගනිමු.

$\lambda(1 + 2\lambda)|\underline{a}|^2 = |\underline{b}|^2$ බව පෙන්වා $|\underline{a}| = |\underline{b}|$ නම් λ හි අගය සොයන්න. තවද $O\hat{A}C = \theta$ නම්, $\cos\theta = \frac{|\underline{a}|}{|2\underline{b} - \underline{a}|}$ ද බව ද පෙන්වන්න.

b) PQRS යනු පාදයක දිග a cm වන රොම්බසයකි. $Q\hat{P}S = 60^0$ කි. PQ , RQ , RS , PS , QS දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවන් ඔස්සේ පිළිවෙලින් විශාලත්වය තිබූවන් F , λF , F, $3F$ හා F බල ක්‍රියා කරයි.

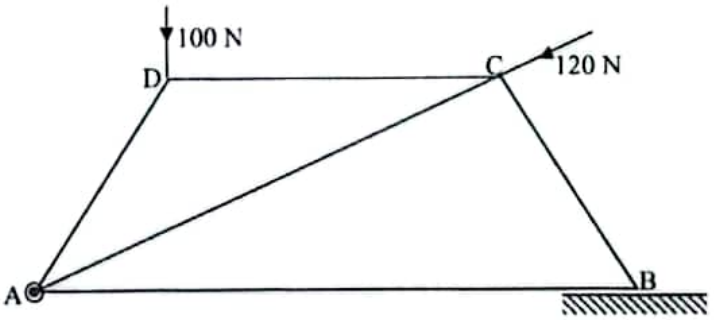
i) බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය PR ට සමාන්තර වේ නම් $\lambda = 5$ බව පෙන්වන්න. එනයින් සම්ප්‍රයුක්තය PQ පාදය හමුවන ලක්ෂ්‍යයට P සිට ඇති දුර සොයන්න.

ii) දැන් පද්ධතියට QP ඔස්සේ ක්‍රියාකරන μF බලයක් හා G දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණයක් සහිත යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කළ විට සම්ප්‍රයුක්තය QS දිගේ ක්‍රියා කරයි නම්, G හි අගය සොයන්න.

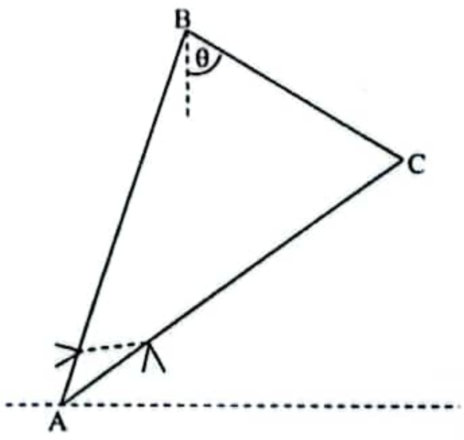
(12) a) AB = AD = a හා බර w වූ ඒකාකාර දඬු දෙකක් හා BC = CD වන පරිදි වූ බර kw වූ ඒකාකාර දඬු දෙකක් ඒවායේ කෙළවරවල් සුමට ලෙස සන්ධි කර ABCD රාමු සැකිල්ලක් සාදා, සැකිල්ල A ශීර්ෂයෙන් එල්ලා ඇත. AB හා BC දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින්, K හා L ද, CD හා AD දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් M හා N ද නම් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් KL හා MN සම්බන්ධ කර පද්ධතිය සමතුලිතව තබා ඇත්තේ AC සිරස් රේඛාවක හා ABD සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන පරිදි වේ. $B\hat{C}D = 90^0$ කි. C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සහ B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. තවද, B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{\sqrt{5}\,w}{2}$ නම් k හි අගය සොයන්න.

b) AB , BC , CD , AD , AC සැහැල්ලු දඬු 5 ක් රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි ABCD ත්‍රපීසියමක ආකාර ගත් රාමු සැකිල්ලක් සැදෙන පරිදි ඒවායේ කෙළවරවල් සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. $D\hat{A}C = D\hat{C}A = C\hat{A}B = 30^0$ හා $A\hat{B}C = 60^0$ වේ. රාමු සැකිල්ල A හි දී සුමටව අසවු කර ඇති අතර AB තිරස් වන පරිදි B ලක්ෂ්‍යය සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. D හි දී සිරස් 100 N බලයක් හා C හි දී CA ඔස්සේ වන පරිදි 120N බලයක් යෙදීමෙන් පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත. B හි ප්‍රතික්‍රියාව හා A අසවුවේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ එනයින් ආතති හා තෙරපුම් වෙන් කොට දක්වමින් දඬු සියල්ලේ ම ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.



(13) බර w වන ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක් සමතුලිතව තබා ඇත්තේ රූපයේ දැක්වෙන පරිදිය. එහි A ශීර්ෂය පහළට ආනතවන සේ හා එහි තලය සිරස්වන පරිදි AB හා AC දිගින් සමාන වන දාර දෙක එකම තිරස් මට්ටමේ අචලව පිහිටි සුමට නා දැති දෙකක් අතර රැඳවීමෙනි. $B\hat{A}C = 2\alpha \left(< \pi/_2\right)$ හා BC දිග නා දැති අතර දුර මෙන් තුන් ගුණයකි. BC දාරය යටි අත් සිරස සමග $\theta\left(< \pi/_2\right)$ කෝණයක් සාදයි නම්,



i) ආස්තරය මත නා දැති මගින් අති කරන ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

ii) තවද, $\operatorname{cosec}\theta = 1 + \tan^2\alpha$ බව පෙන්වන්න.

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

Ananda College, Colombo 10

10 | S | I

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2025 ජනවාරි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2025

සංයුක්ත ගණිතය I

Combined Maths I

12 ශ්‍රේණිය

❖ B - කොටසින් ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B - කොටස

(09) a) $\frac{2x}{2x-a}+\frac{2x}{2x-b}=1+k$ මගින් වර්ගජ සමීකරණයක් නිරූපණය කරයි. මෙහි $k>0$, $a\neq b$, $a, b\in\mathbb{R}$ වේ. මෙම සමීකරණයට හරියටම එක් තාත්වික මූලයක් පැවතීමට නම් $k^2=\frac{-4ab}{(a-b)^2}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

තවද, $k^2=1-\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$ බව අපෝහනය කර $0<k\leq 1$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්,

$\frac{x}{x+1}+\frac{3x}{3x-1}=1+k$ සමීකරණයට සමපාත මූල පවතියි නම් k සොයා එම මූලය සොයන්න.

b) $f(x)$ යනු මාත්‍රය තුනට වැඩි බහු පද ශ්‍රිතයක් වන අතර K, L, M තාත්වික නියත වේ. $f(2)=K$, $f(-2)=L$, $f(0)=M$ බව දී ඇත. $f(x)$ ශ්‍රිතය x^3-4x මගින් බෙදූවිට ශේෂය $\frac{1}{8}\left[(K+L-2M)x^2+2(K-L)x+8M\right]$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $g(x)=x^4-x^3+2x^2+4x+1$ බහු පදය (x^3-4x) මගින් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න. තවද (x^3-4x) මගින් බෙදූ විට ලබ්ධිය ද සොයන්න. $g(x)-6x-1$ බහු පදය පූර්ණ ලෙස සාධක වලට වෙන් කරන්න.

(10) a) එකම රූප සටහනක $y=|2x-3|-2$ හා $y=||x|-2|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

එනයින්,

$||x|-2|-|2x-3|\geq -2$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලුම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

$2||x|-1|-|4x-3|+2\geq 0$ වන x හි අගය පරාසය අපෝහනය කරන්න.

b) $\frac{1}{(x+1)(x+2)^3} = \frac{\lambda}{(x+1)} + \frac{f(x)}{(x+2)^3}$ වනසේ λ නියතයක් හා x හි ශ්‍රිතයක් වන f(x) සොයන්න.

f(x), (x + 2) හි බහුපදයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

එනයින් $\frac{1}{(x+1)(x+2)^3}$ හි භින්න භාග සොයන්න.

තවද $\frac{1}{x(x+1)^3}$ හි භින්න භාග අපෝහනය කරන්න.

c) $a = \log_{12} 27$ නම් $\log_2 3 = \frac{2a}{3-a}$ බව පෙන්වන්න.

(11) a) පහත සීමාව අගයන්න.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{cosec} x - \cot x}{4x}$$

b) ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන් අවකලනය කරන්න.

$y = x \tan x$

c) i) $0 < t < \pi$ සඳහා $x = a\left\{\cos t + \frac{1}{2}\ln\left(\tan^2 \frac{t}{2}\right)\right\}$ හා $y = a \sin t$ නම්, $\frac{dy}{dx} = \tan t$ බව පෙන්වන්න.

ii) $x = a\cos\theta + b\sin\theta$ හා $y = a\sin\theta - b\cos\theta$ වේ. $a, b \in \mathbb{R}$,

$y^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = 0$ බව පෙන්වන්න.

d) $y = \frac{x^3}{(x-a)(x-b)(x-c)}$ යැයි ගනිමු.

$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\left[\frac{a}{a-x} + \frac{b}{b-x} + \frac{c}{c-x}\right]$ බව පෙන්වන්න.

CS CamScanner

(12) a) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{2x^2}{x^3 - 1} - 2$ යැයි ගනිමු.

$x \neq 1$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{-2x^4 - 4x}{(x^3 - 1)^2}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $f(x)$, වැඩිවන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තරය සොයන්න. සිරස් හා තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්‍ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$f''(x) = \frac{4(x^3 + 6)(x^3 + 1)}{(x^3 - 1)^3}$ බව දී ඇත.

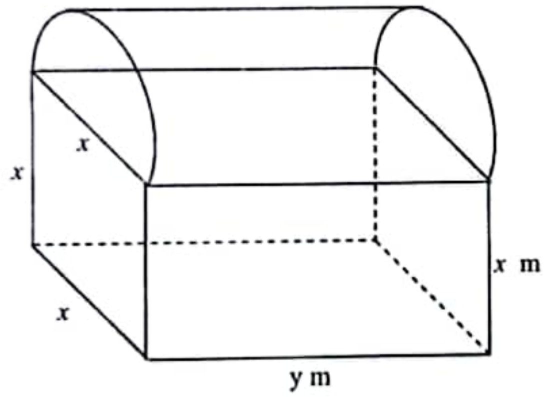
$f''(x)$ මගින් $f(x)$ හි දෙවන අවකලන සංගුණකය දැක්වේ. එනයින් $y = f(x)$ හි නතිවර්තන ලක්‍ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්‍ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්,

$(k + 2)x^3 - 2x^2 - k - 2 = 0$ සමීකරණයට x සඳහා තාත්වික ප්‍රභින්න විසඳුම් තුනක් පවතින k හි අගය පරාසය සොයන්න.

b)



රූපයේ පරිදි සමචතුරස්‍ර මුහුණත් දෙකකින් හා සෘජුකෝණාස්‍ර මුහුණත් දෙකකින් ද, සමචතුරස්‍ර මුහුණතේ දිගත් විෂ්කම්භයත් වන පරිදි අර්ධ සිලින්ඩරාකාර වහලයකින් ද සමන්විත කුඩාරමක සැකිල්ලක් සාදා ඇත. පතුල රහිතව එය ආවරණය කිරීම සඳහා අවශ්‍ය රෙදිවල වර්ගඵලය A m^2 නම් $A = \left(\frac{8 + \pi}{4}\right) x^2 + \left(\frac{4 + \pi}{2}\right) xy$ බව පෙන්වන්න. එහි පරිමාව $V = \frac{(8 + \pi)^2}{(4 + \pi)}$ m^3 බව දී ඇත. $y = \frac{8(8 + \pi)}{(4 + \pi)x^2}$ බව පෙන්වන්න. එනයින් A අවම වන x සොයන්න.

(13) a) $\cos C + \cos D$ හා $\cos C - \cos D$ යන ආකලනයන් ගුණිත ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

i) $\cos\frac{3\pi}{13} + \cos\frac{5\pi}{13} + \cos\frac{8\pi}{13} + \cos\frac{10\pi}{13} = 0$ බව පෙන්වන්න.

ii) $x = \cos 3\theta + \sin 3\theta$ සහ $y = \cos\theta - \sin\theta$ නම් $x - y = 2y\sin 2\theta$ බව සාධනය කරන්න.

b) සුපුරුදු අංකනයෙන් ඕනෑම ABC Δ සඳහා සයින් ප්‍රමේයය ලියා දක්වන්න.

POR ත්‍රිකෝණයේ PQ : QR = x : y වන ලෙස PR පදය මත වූ ලක්ෂ්‍යය Q වේ. $P\hat{O}Q = \alpha$, $R\hat{O}Q = \beta$, $R\hat{Q}O = \theta$ වේ.

i) POQ ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි කෝණ α හා θ ඇසුරින් සොයන්න.

ii) QOR ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි කෝණ β හා θ ඇසුරින් සොයන්න.

iii) සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නියමය භාවිතයෙන්,

$\frac{x}{y} = \frac{\sin\alpha\,.\sin(\theta+\beta)}{\sin\beta\,\sin(\theta-\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $(x + y)\cot\theta = x\cot\alpha - y\cot\beta$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $O\hat{P}Q = P$ හා $O\hat{R}Q = R$ ද නම්,

$\frac{x}{y} = \frac{\sin(\theta-P)\sin R}{\sin(\theta+R)\sin P}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $(x + y)\cot\theta = y\cot P - x\cot R$ බව පෙන්වන්න.

c) $x\in\mathbb{R}$ සඳහා $\tan(\cos^{-1}x) = \sin(\tan^{-1}z)$ විසඳන්න